Číslicové řízení procesů

učební text VOŠ a SPŠ Kutná Hora

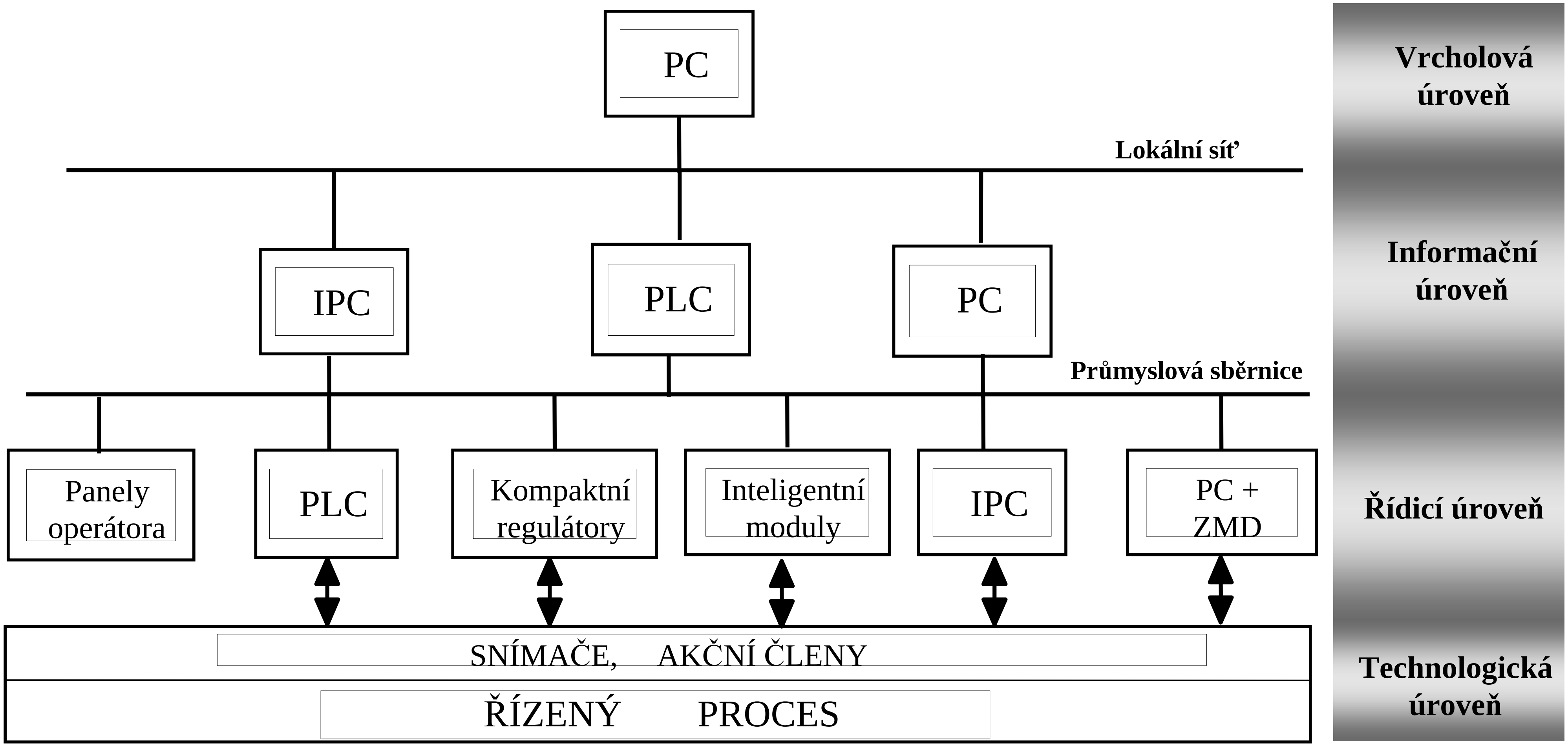
Ing. Luděk Kohout

Základní pojmy číslicového řízení

- **Rozdělení řízení podle průběhu signálů**
  - **logické řízení**
    - binární signály (TRUE, FALSE)
  - **analogové řízení**
    - spojité signály v daném intervalu
  - **diskrétní řízení**
    - signály jsou definované pouze v určitých časových okamžicích daných tzv. periodou vzorkování a reprezentovány jako datové slovo. Základem řídicího členu je mikropočítačová výpočetní jednotka.

- **Vlastnosti systémů číslicového řízení**
  - **Centralizace a decentralizace řídicích prostředků**
    - Rozdělení řídicího obvodu na několik vzájemně spolupracujících celků propojených průmyslovými komunikačními linkami.
    - Vznik tzv. distribuovaného řídicího systému charakterizovaného víceúrovňovou hierarchickou strukturou.

Struktura distribuovaného systému

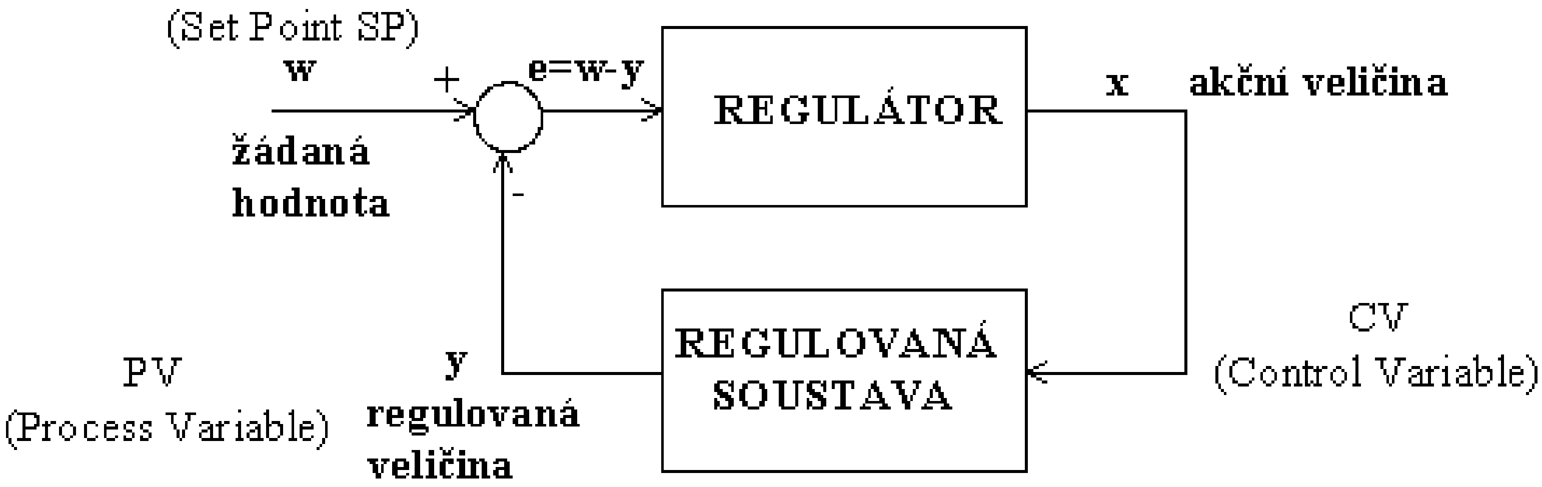


Vlastnosti číslicového řízení - dokončení

- **Spolehlivost**
  - **Spolehlivost se vyjadřuje tzv. střední dobou mezi poruchami, příp. střední dobou mezi opravami (řádově 10^4 až 10^5 hodin)**
- **Snadná změna struktury "regulátorů"**
  - **Algoritmus řízení není narozdíl od klasických automatizačních prostředků určen pevným zapojením elektronických součástek či pneumatických, příp. hydraulických prvků, ale je tvořen programově. Řídicí počítače a programovatelné automaty umožňují požadovanou strukturu regulačního členu sestavit vhodnou kombinací počítacích bloků.**
- **Programové nastavení parametrů regulátorů**
- **Minimální drift nuly**
- **Snadný přenos informace na velké vzdálenosti**
- **Snadné nastavení, oživení a montáž řídicích systémů, diagnostika**

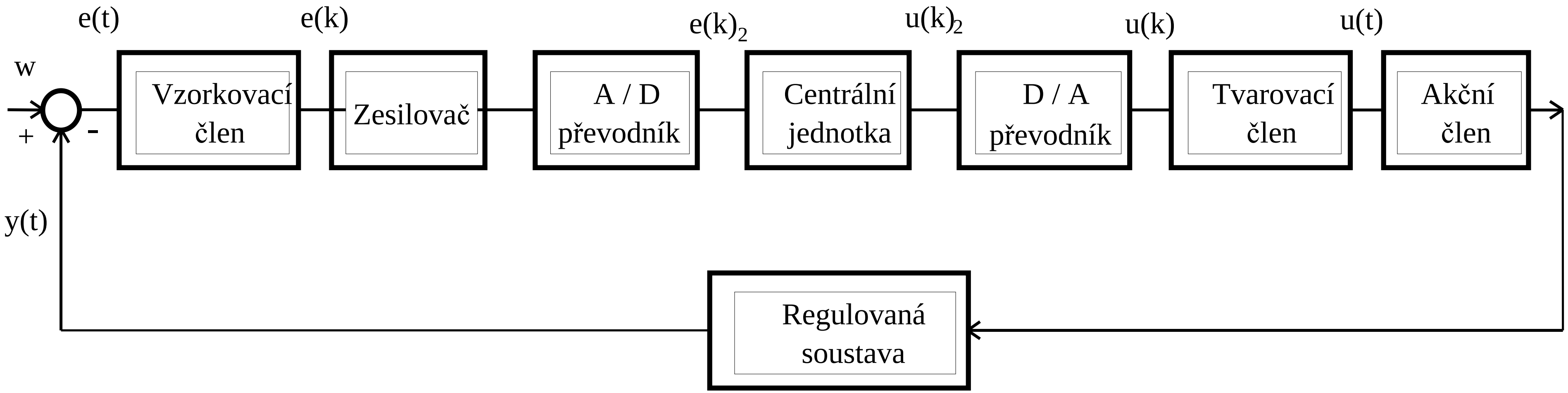
Základní principy číslicové regulace

- **Obecné schéma regulačního obvodu**



zpět k příkladu 4

Blokové schéma číslicového regulačního obvodu



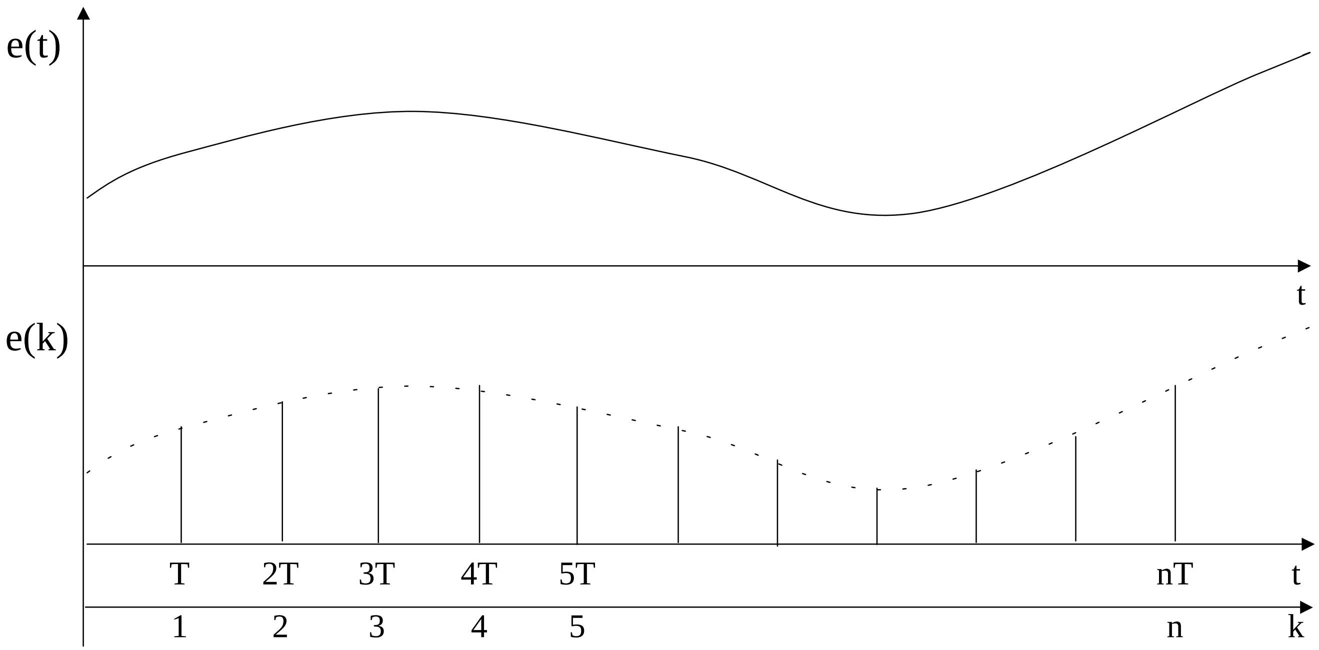
- **Řídicí obvod je realizován výpočetním systémem sestávajícím ze:**
  - **vstupní jednotky sloužící k načtení všech vstupních signálů (vzorkování) a převodu do číslicové podoby srozumitelné centrální jednotce výpočetního členu**
  - **výpočetního členu, který zpracovává vstupní signály a počítá např. regulační odchylku e, akční veličinu PID**

$$u = k_R \cdot (e + \frac{1}{T_i} \cdot \int e \cdot dt + T_d \cdot \frac{de}{dt})$$

  - **výstupní jednotky, jejímž úkolem je převést číslicový signál na signál srozumitelný akčnímu členu (D/A převod, tvarování alarmová hlášení atd.)**

Vstupní obvody číslicového systému

- **Vzorkování vstupních signálů**
  - **periodické testování vstupního signálu**
  - **číslicový systém v pravidelných intervalech odebírá vzorky vstupního signálu (regulované veličiny) a "zmrazí" je až do dalšího odběru vzorku**
  - **čas mezi dvěma sousedními odběry se nazývá perioda vzorkování T**



Principy vzorkování

- **vzorkovač vytváří ze spojitého signálu obdélníkové pulsy se zanedbatelnou šířkou a s amplitudou rovnou okamžité hodnotě vstupního signálu**
- **určení periody vzorkování**
  - **perioda vzorkování musí být konstantní a dostatečně dlouhá - regulátor musí v intervalu T provést:**
    - načtení všech vstupů (řádově až tisíce)
    - výpočty v reálném čase (výpočet e(t), výpočet x(t), alarmy, další výpočty)
    - tvarování výstupních signálů atd.
  - **zvětšováním periody vzorkování se zhoršuje přesnost zpracovávaného signálu, T volíme s ohledem na:**
    - přesnost analogových přístrojů pro získání informace
    - přesnost digitálních přístrojů (A/D převodníků)
    - dynamiku řízeného systému

Výpočet optimální periody vzorkování

- **Pro jeden vzorkovaný signál platí:**

$$T_{opt} = \frac{50 \cdot t \cdot T_p}{y_{\max} - y_{\min}}$$

t **.. časová konstanta řízeného systému**

Tp.. celková chyba inform. řetězce

y_{max} **-** y_{min} **.. rozsah měření**

- **Chyba analogových přístrojů**

$$T_A = \sqrt{T_{p1}^2 + T_{p2}^2 + \mathbf{K} + T_{pi}^2}$$

T_{pi} **třídy přesnosti analogových přístrojů**

- **Chyba digitálních přístrojů**

$$T_D = \frac{50 \cdot \sqrt{3}}{2^n - 1} [\%]$$

n … počet bitů A/D převodníku

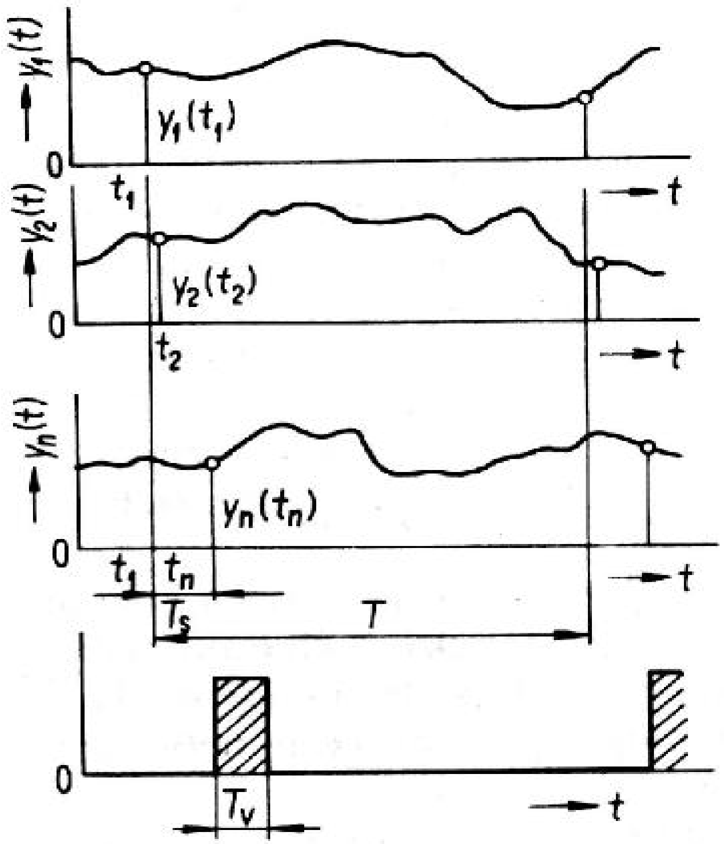
- **Celková chyba informačního řetězce:**

$$T_p = \sqrt{T_A^2 + T_D^2}$$

T_A **chyba analogových přístrojů**

T_D **chyba digitálních přístrojů**

Funkce vstupních obvodů - dokončení



- Zesílení vstupního signálu
- Analogově - digitální převod
  - **Šířka datového slova určuje rozlišující schopnost převodníku a ovlivňuje <u>přesnost</u> celé regulační smyčky.**
  - **Řídicí systémy pracují většinou s datovým slovem s šířkou 8 až 16 bitů**
- Multiplexování vstupů
  - **Vstupní obvody zpracovávají řádově desítky až tisíce signálů**
  - **Zpracování samostatnými vzorkovacími obvody by bylo neúměrně drahé.**
  - **Pro skupinu vstupů se použije jeden analogový obvod, na který se pomocí analogového multiplexeru postupně vstupní signály připojují.**

Zpracování signálu v centrální jednotce

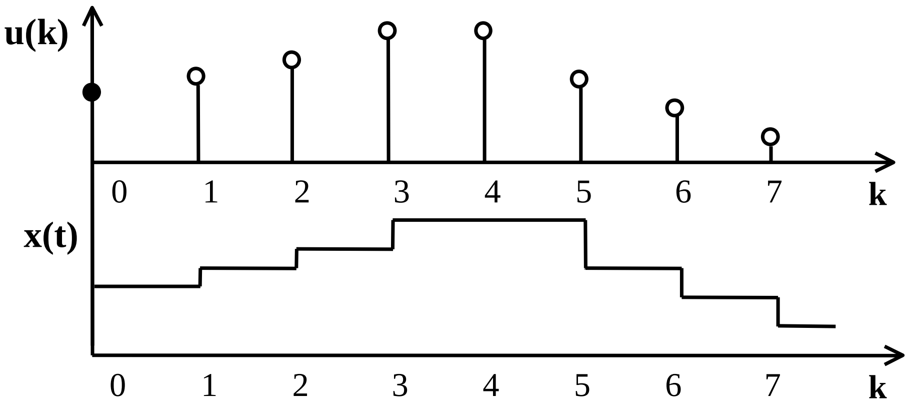
- **Přepočet snímaných signálů do odpovídajících fyzikálních jednotek**
  - **Cílem výpočtu je převést digitalizovaný signál ze snímačů teploty, tlaku, polohy, příp. objemového toku na °C, kPa, m, příp. m3 /s (příklad)**
- **Kontrola mezních hodnot**
  - **programová kontrola vybraných stavových veličin**
  - **při překročení mezních stavů se generují tzv. alarmy**
  - **alarmy informují obsluhu formou optické, případně akustické signalizace**
  - **použití prostředků třídy SCADA/HMI**
- **Řízení DSC**
  - **V režimu DSC (Digital Setpoint Control) řídicí počítač generuje signál sloužící pro nastavení řídicí veličiny podřízeného regulačního systému**
- **Přímé číslicové řízení DDC**
  - **V režimu DDC (Direct Digital Control) jsou naměřené stavové veličiny použity k výpočtu akčních veličin**
- **Monitorování technologického procesu**
  - **operátorské panely**
  - **dispečerské SCADA software**

Zpracování signálu v centrální jednotce -dokončení

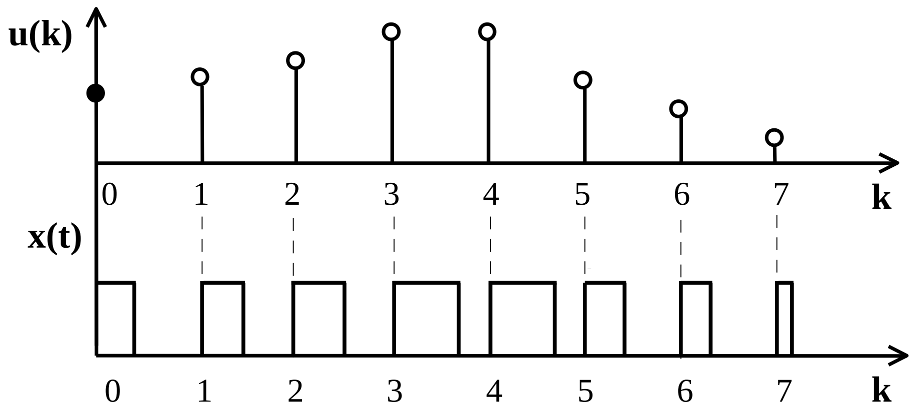
- Optimalizační výpočty
  - Naměřené hodnoty jsou použity pro statickou a dynamickou optimalizaci procesu
- Materiálové a energetické výpočty
  - Naměřené hodnoty slouží k bilančním výpočtům spotřeby materiálu a energií.
  - S rostoucími cenami energií nabývají na důležitosti především výpočty týkající se spotřeby elektrické energie.
  - V praxi se často používá tzv. regulace spotřeby
- Archivace dat
  - V paměti počítače se uchovávají informace charakterizující řízený proces (průběhy stavových veličin, zásahy obsluhy...)

Funkce výstupních obvodů

- **převádí informace vypočtené centrální jednotkou na signály použitelné pro buzení akčních členů**
- **základem výstupní analogové jednotky je D/A převodník transformující datové výstupní slovo CPU na diskrétní signál**
- **tvarovač upraví signál do využitelné podoby:**
  - **stupňovitý signál**
  - **šířkově modulovaný signál**
  - **frekvenčně modulovaný signál**



stupňovitý signál

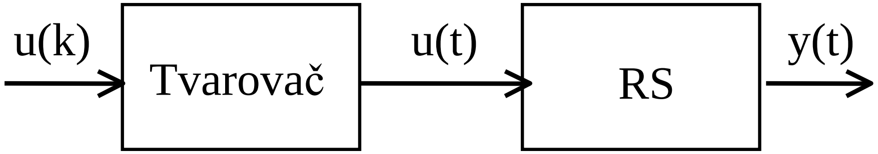


šířkově modulovaný signál

Teorie číslicového řízení - diferenční rovnice

- **spojitý regulační obvod je popsán diferenciálními rovnicemi**
  - **proměnné jsou definovány spojitě v čase**
- **číslicový regulační obvod je popsán diferenčními rovnicemi**
  - **proměnné jsou definovány jen v určitých časových okamžicích daných násobky periody vzorkování**
  - **rovnice nejsou funkcí času t, nýbrž proměnné k.T nebo častěji jen k**
    - T je perioda vzorkování
  - **diferenční rovnice umožní postupný výpočet okamžitých hodnot výstupní veličiny v časech t = k. T ; k = 0, 1, 2, 3, ..…**
  - **okamžité hodnoty výstupní veličiny lze vypočítat pomocí transformace Z**
  - **z rovnice diferenciální lze pomocí Laplaceovy transformace s nenulovými počátečními podmínkami odvodit rovnici diferenční**

Odvození diferenční rovnice jednokapacitní soustavy

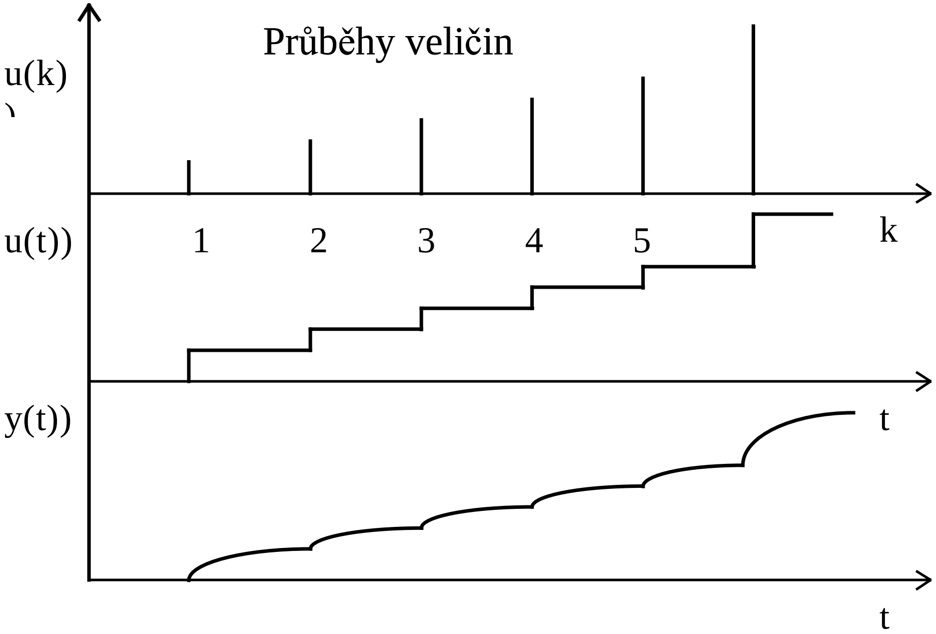


Regulovaná soustava s tvarovačem

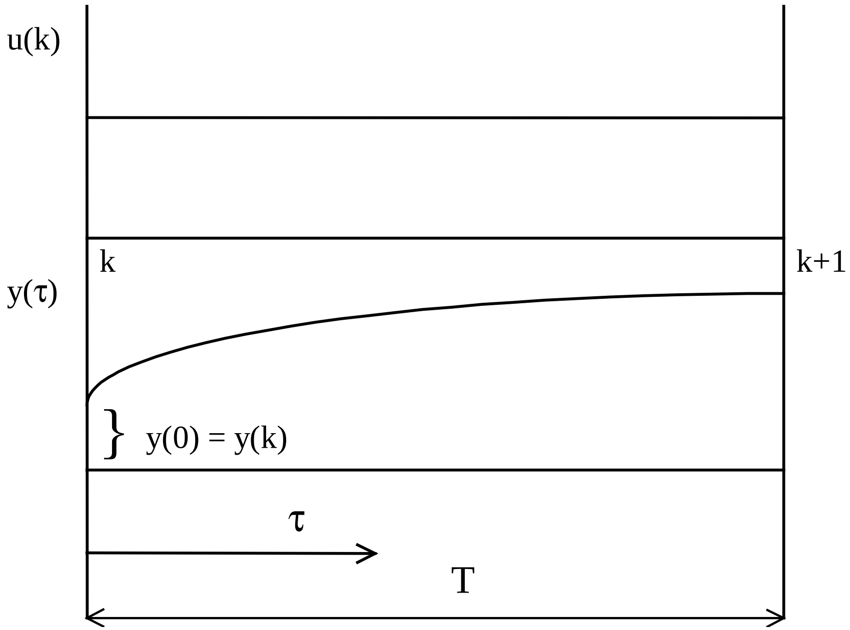
diferenciální rovnice soustavy $\mathbf{T_1 \cdot y'(t) + y(t) = K_S \cdot u(t)}$

obrazový přenos $\mathbf{F(p) = \dfrac{K_S}{1 + p \cdot T_1}}$

Průběhy veličin



Průběhy veličin v k-tém intervalu



Převod diferenciální rovnice na diferenční

Laplaceova transformace pro nenulové počáteční podmínky $\mathbf{y(0) \neq 0}$**:**

$$\mathbf{L\left\{f^{(n)}(t)\right\} = p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \ldots\ldots\ldots p f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)}$$

v našem případě

$$T_1 p Y(p) - T_1 y(0) + Y(p) = K_S U(p)$$

$$Y(p) = \frac{K_S U(p) + T_1 y(0)}{1 + pT_1}$$

Z knihovny Laplaceových obrazů známe

$$\left[L\{\text{konst}\} = \frac{\text{konst}}{p} \right]$$

Počáteční podmínka: $y(0)=y(k)$

po dosazení:

$$Y(p) = \frac{K_S u(k)}{p(1+pT_1)} + \frac{T_1 y(k)}{1+pT_1}$$

průběh y v k-tém intervalu:

$$y(\tau)_k = L^{-1}\{Y(p)\}$$

$$y(\tau)_k = K_S u(k)\left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}}\right) + y(k) e^{-\frac{\tau}{T_1}}$$

chceme znát $y(\tau)$ v okamžiku (k+1), tj. pro $\tau = T$

označíme: $e^{-\frac{T}{T_1}} = D$ a po dosazení získáme diferenční rovnici:

$$y(k+1) = K_S \cdot u(k-1).(1-D) + D.y(k)$$

$$y(k+1) + a \cdot y(k) = b \cdot u(k)$$

$$a = -D;\ b = K_S(1-D)$$

$$D = e^{-\frac{T}{T_1}}$$

$$\mathbf{y(k) + a \cdot y(k-1) = b \cdot u(k-1)}$$

Diferenční rovnice RS

- **Diferenční rovnice popisuje, jaké budou hodnoty výstupního signálu y(k) v okamžicích k=0,1,2,3,4,...... atd.**
- **Koeficienty ai   a bi vyjadřují vlastnosti soustavy**
- **Číselné hodnoty koeficientů a_i a b_i platí pouze pro určitou vzorkovací frekvenci.**
- **Rovnice zahrnuje i přenos tvarovače nultého řádu!**
- **Diferenční rovnice vyšších řádů můžeme vyjádřit obdobným způsobem.**

Diferenční rovnice regulované soustavy n-tého řádu

$$y(k) + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot y(k-i) = \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot u(k-i)$$

Řešení diferenční rovnice

- **Numerická metoda**
  - postupný výpočet funkčních hodnot
  - Pro výpočet hodnoty v okamžiku k musí být známy hodnoty y v okamžicích k-1, k-2, ... , k-n (n= řád soustavy).
  - Nevýhoda - pro výpočet např. 1000. vzorku musíme vypočítat 999 předchozích hodnot

Příklad 1

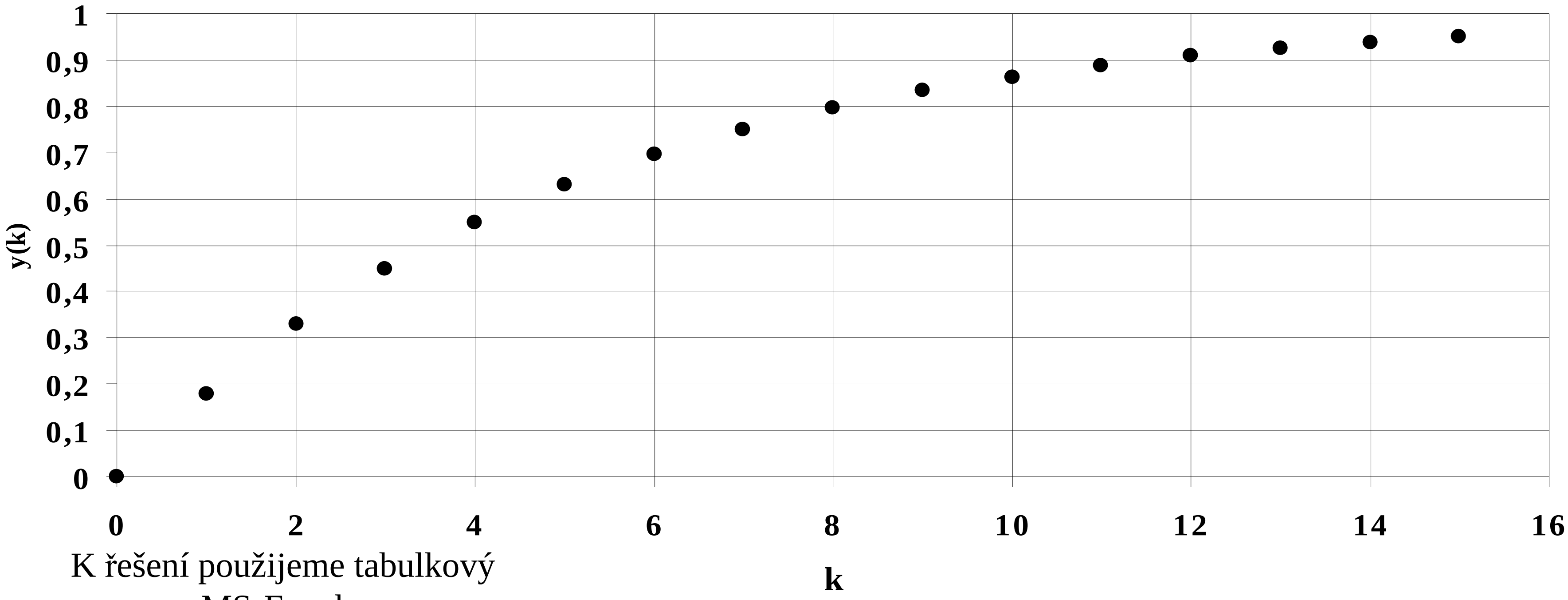
Vyšetřete přechodovou charakteristiku jednokapacitní RS s parametry:

Ks = 2, T1 = 1s, perioda vzorkování T = 0,2s, y(0) = 0

Přechodová charakteristika RS

$$\mathbf{y(k)} - 0{,}82 \cdot \mathbf{y(k-1)} = 0{,}18 \cdot \mathbf{u(k-1)} \Rightarrow \mathbf{y(k)} = \mathbf{0{,}18} \cdot \mathbf{u(k-1)} + \mathbf{0{,}82} \cdot \mathbf{y(k-1)}$$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y(k)	0	0,18	0,33	0,45	0,55	0,63	0,70	0,75	0,80	0,83	0,86	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95
u(k)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



K řešení použijeme tabulkový procesor MS-Excel

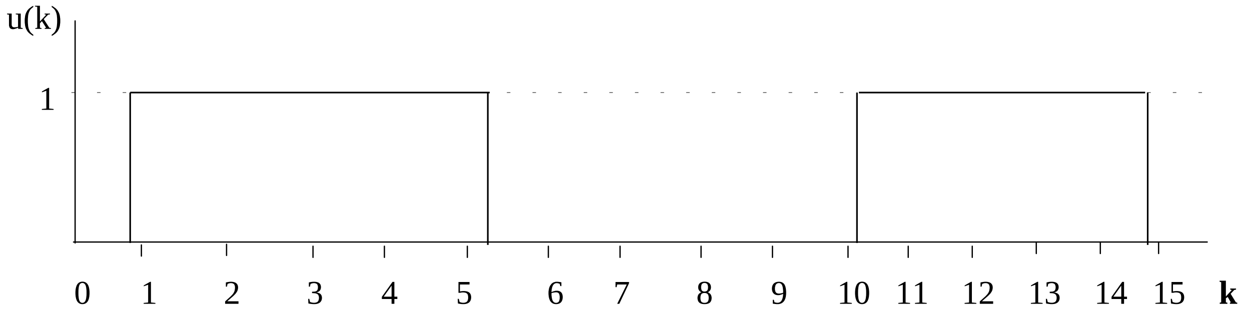
Příklad 2

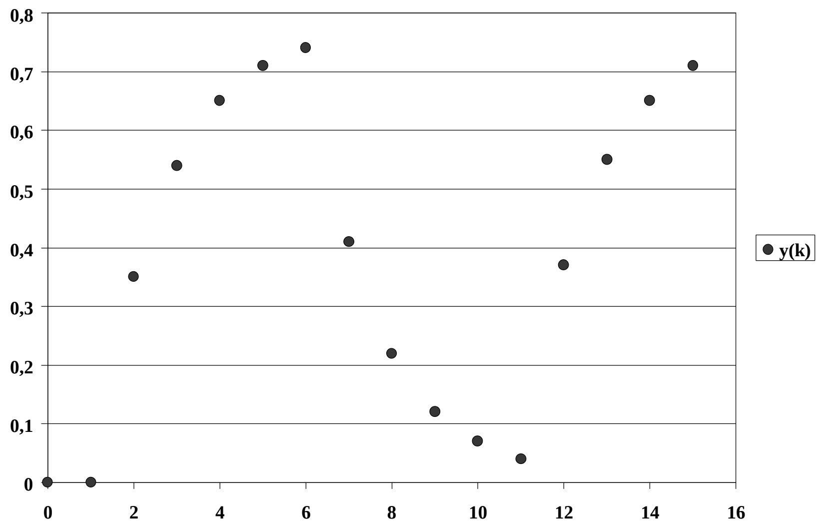
Regulovaná soustava je popsaná diferenční rovnicí

$y(k) - 0{,}55 \cdot y(k-1) = 0{,}35u(k-1)$

Vypočtěte odezvu na impulz u(t) podle obrázku

<u>Výpočet pomocí MS-Excel</u>





Dvoukapacitní statická RS

Diferenční rovnice RS druhého řádu :

$$\mathbf{y(k) + a_1 \cdot y(k-1) + a_2 \cdot y(k-2) = b_1 \cdot u(k-1) + b_2 \cdot u(k-2)}$$

Pro RS s přenosem

$$F(p) = \frac{K_S}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}$$

platí pro a_i, b_i:

$$D_1 = e^{-\frac{T}{T_1}} \quad D_2 = e^{-\frac{T}{T_2}}$$

$$a_1 = -(D_1 + D_2) \quad a_2 = D_1 \cdot D_2$$

$$b_1 = K_S\left(1 + D_1 \frac{T_1}{T_2 - T_1} - D_2 \frac{T_1}{T_2 - T_1}\right) \quad b_2 = K_S\left(D_1 \cdot D_2 + D_2 \frac{T_1}{T_2 - T_1} - D_1 \frac{T_1}{T_2 - T_1}\right)$$

Příklad 3

Vyšetřete přechodovou charakteristiku dvoukapacitní RS s parametry:

Ks = 20, T1 = 2s, T2 = 6s, perioda vzorkování T = 0,2s, y(0) = 0, y’(0) = 0

T1	T2	T	Ks	a1	a2	b1	b2	D1	D2
2	6	0,2	20	-1,872	-0,875	0,032	0,031	0,905	0,967

K řešení použijeme tabulkový procesor MS-Excel

Diferenční rovnice regulátorů

Diferenční rovnice regulátoru udává vztah mezi u(k) a e(k)

Regulátor P

Ve spojité oblasti je proporcionální regulátor popsán rovnicí $u(t) = r_0 \cdot e(t) \quad r_0 = K_R$

Diferenční rovnici odvodíme z rozdílu výstupního signálu v k tém a k-1 tém vzorku:

$$u(k) = r_0 \cdot e(k)$$

$$u(k-1) = r_0 \cdot e(k-1)$$

Odečtením u(k) a u(k-1) dostaneme:

$$u(k) - u(k-1) = r_0 \cdot \left[e(k) - e(k-1)\right]$$

$$\mathbf{u(k) = r_0 \cdot \left[e(k) - e(k-1)\right] + u(k-1)}$$

Diferenční rovnice regulátoru I

Regulátor I

Ve spojité oblasti je integrační regulátor popsán rovnicí $u(t) = r_{-1} \cdot \int e(t) \cdot dt$ $r_{-1} = \frac{K_R}{T_i}$

Diferenční rovnici odvodíme z rozdílu výstupního signálu v k tém a k-1 tém vzorku:

$$u(k) = r_{-1} \cdot T \cdot \sum_{j=0}^{k} e(j)$$

$$u(k-1) = r_{-1} \cdot T \cdot \sum_{j=0}^{k-1} e(j)$$

Odečtením u(k) a u(k-1) dostaneme:

$$u(k) - u(k-1) = r_{-1} \cdot T \cdot e(k)$$

$$\mathbf{u(k) = r_{-1} \cdot T \cdot e(k) + u(k-1)}$$

Diferenční rovnice složky D

Složka D

Ve spojité oblasti je derivační složka popsána rovnicí: $u(t) = r_1 \cdot \frac{de(t)}{dt}$ $\quad r_1 = K_R \cdot T_d$

Diferenční rovnici odvodíme z rozdílu výstupního signálu v k tém a k-1 tém vzorku:

$$u(k) = \frac{r_1}{T} \cdot \left[e(k) - e(k-1)\right]$$

$$u(k-1) = \frac{r_1}{T} \cdot \left[e(k-1) - e(k-2)\right]$$

Odečtením u(k) a u(k-1) dostaneme:

$$u(k) - u(k-1) = \frac{r_1}{T} \cdot e(k) - 2 \cdot \frac{r_1}{T} e(k-1) + \frac{r_1}{T} e(k-2)$$

$$\mathbf{u(k) = \frac{r_1}{T} \cdot \left[e(k) - 2 \cdot e(k-1) + e(k-2)\right] + u(k-1)}$$

Diferenční rovnice sdružených regulátorů PI, PD, PID

Diferenční rovnice sdružených regulátorů vychází ze základních složek P, I, D.

Regulátor PI:

$$\mathbf{u(k) = (r_0 + r_{-1} \cdot T) \cdot e(k) - r_0 \cdot e(k-1) + u(k-1)}$$

Regulátor PD:

$$\mathbf{u(k) = (r_0 + \frac{r_1}{T}) \cdot e(k) - (r_0 + 2\frac{r_1}{T}) \cdot e(k-1) + \frac{r_1}{T} \cdot e(k-2) + u(k-1)}$$

Regulátor PID:

$$\mathbf{u(k) = (r_0 + r_{-1} \cdot T + \frac{r_1}{T}) \cdot e(k) - (r_0 + 2\frac{r_1}{T}) \cdot e(k-1) + \frac{r_1}{T} \cdot e(k-2) + u(k-1)}$$

Rozbor číslicového regulačního obvodu

Příklad 4

Určete diferenční rovnici regulátoru, regulované soustavy a diferenční rovnici určující závislost regulované veličiny y(k) a řídicí veličiny w(k).

Ve spojité oblasti jsou členy regulačního obvodu popsány přenosy:

Regulovaná soustava:

$$F_S(p) = \frac{5}{1 + 10 \cdot p}$$

Regulátor:

$$F_R(p) = \frac{0{,}04}{p}$$

Regulační obvod obsahuje vzorkovač s T=5s a tvarovač nultého řádu.

Řešení příkladu 4

Diferenční rovnice složek <u>regulačního obvodu:</u>

Regulovaná soustava:	$y(k)+a\cdot y(k-1)=b\cdot u(k-1)$	**[1]**
Regulátor:	$u(k)=r_{-1}\cdot T\cdot e(k)+u(k-1)$	**[2]**
Porovnávací člen:	$e(k)=w(k)-y(k)$	**[3]**

Algoritmus řízení - diferenční rovnice uzavřeného regulačního obvodu: y(k) = fce[w(k)]

řešíme soustavou diferenčních rovnic:

K řešení použijeme tabulkový procesor <u>MS-Excel</u>

- do rovnice RS **[1]** vložíme rovnici regulátoru **[2]** pro vzorek k-1

$$y(k)+a\cdot y(k-1)=b\cdot\left[r_{-1}\cdot T\cdot e(k-1)+u(k-2)\right]$$

- z rovnice rozdílového členu **[3]** dosadíme za e(k-1)

$$y(k)+a\cdot y(k-1)=b\cdot\left[r_{-1}\cdot T\cdot\left[w(k-1)-y(k-1)\right]+u(k-2)\right]$$

- roznásobíme a dosadíme z rovnice [1] za b.u(k-2)

$$y(k)+a\cdot y(k-1)=b\cdot r_{-1}\cdot T\cdot w(k-1)-b\cdot r_{-1}\cdot T\cdot y(k-1)+y(k-1)+a\cdot y(k-2)$$

- rovnici upravíme a dosadíme skutečné koeficienty a = -0,606, b = 1,97

$$\mathbf{y(k)-1{,}212\cdot y(k-1)+0{,}606\cdot y(k-2)=0{,}394\cdot w(k-1)}$$

Transformace Z - vlastnosti

Transformace Z se používá k řešení diferenčních rovnic analogicky s použitím Laplaceovy transformace ve spojité oblasti.

Základní vlastnosti transformace Z

Definice obrazu Z:

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_{(k)}.z^{k-1}$$

F(z)	obraz Z
f(k)	originální diskrétní fce
z	operátor z

Věta o linearitě:

$$f(k) = a_1.f_1(k) + a_2.f_2(k) + a_3.f_3(k) + \dots\dots\dots + a_n.f_n(k)$$

$$F(z) = a_1.F_1(z) + a_2.F_2(z) + a_3.F_3(z) + \dots\dots\dots + a_n.F_n(z)$$

Věta o posunutí v originálu:

$$Z\{f(k)\} = F(z)$$

$$Z\{f(k-1)\} = z^{-1}.F(z)$$

$$Z\{f(k-n)\} = z^{-n}.F(z)$$

Transformace Z - dokončení

Věty o počáteční a koncové hodnotě funkce:

$$\lim_{k\to 0} f(k) = \lim_{z\to\infty} F(z)$$

$$\lim_{k\to\infty} f(k) = \lim_{z\to 1} \left[(z-1).F(z)\right]$$

Obrazy vybraných funkcí:

Originál	**Obraz**
$\mathbf{1}(k)$	$\dfrac{z}{z-1}$
a^k	$\dfrac{z}{z-a}$
a^{k-1}	$\dfrac{1}{z-a}$
$(-1)^k.a^k$	$\dfrac{z}{z+a}$

Zpětná transformace Z

- **Úkol zpětné transformace Z**
  - **převést obraz Z na diskrétní funkci**
- **Metody zpětné transformace Z**
  - **dělení polynomů**
  - **zpětná transformace Z s použitím knihovny obrazů**
  - **zpětná transformace Z s použitím vzorce**

Příklad 5 :
Pomocí transformace Z určete obraz zadané diferenční rovnice a vypočtěte odezvu RS na jednotkový skok.

Diferenční rovnice RS:

$$y(k) - 0{,}9 \cdot y(k-1) = 0{,}1 \cdot u(k-1)$$

Transformace Z:

$$Y(z) - 0{,}9z^{-1}.Y(z) = 0{,}1.z^{-1}.U(z)$$

$$F(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0{,}1.z^{-1}}{1 - 0{,}9z^{-1}} = \frac{\mathbf{0{,}1}}{\mathbf{z - 0{,}9}}$$

Odezva soustavy na jednotkový skok

Obraz výstupu:

$$Y(z) = U(z).F(z) = \frac{z}{z-1} \cdot \frac{0{,}1}{z-0{,}9}$$

Po úpravě:

$$Y(z) = \frac{0{,}1 \cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}9)} = \frac{P(z)}{Q(z)}$$

$Q(z) = 0$ .... charakteristická rovnice

Vztah pro výpočet hodnot y(k) získáme zpětnou transformací Z :

Metoda dělení polynomů P(z) : Q(z)

Hodnoty y(k) jsou dány odpovídajícími koeficienty podílu polynomů P(z) a Q(z)

Zpětná transformace Z metodou dělení polynomů

$$Y(z) = \frac{0{,}1 \cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}9)} = \frac{0{,}1 \cdot z}{z^2 - 1{,}9z + 0{,}9}$$

$$P(z) = 0{,}1 \cdot z$$

$$Q(z) = z^2 - 1{,}9z + 0{,}9$$

0,1z : z^2 - 1,9z + 0,9 = 0,1z^{-1} + 0,19z^{-2} + 0,271z^{-3} ....

$\underline{0{,}1z \quad -0{,}19 \quad +0{,}09z^{-1}}$

$+0{,}19 \ -0{,}09\,z^{-1}$

$\underline{+0{,}19 \ -0{,}361z^{-1} \qquad +0{,}171z^{-2}}$

$+0{,}271z^{-1} \qquad -0{,}171z^{-2}$

Hodnoty y(k) jsou dány odpovídajícími koeficienty podílu polynomů P(z) a Q(z).

y(1) = 0,1

y(2) = 0,19

y(3) = 0,271

.... atd.

Zpětná transformace Z s použitím knihovny obrazů

- **výraz rozložíme na parciální zlomky**
- **upravíme do potřebné podoby**
- **převedeme pomocí knihovny obrazů**

V našem případě vyjdeme z výrazu ve tvaru: $$Y(z) = \frac{0{,}1 \cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}9)}$$

Výraz rozložíme na parciální zlomky

$$Y(z) = \frac{0{,}1 \cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}9)} = \frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-0{,}9}$$

$$0{,}1\mathrm{z} = \mathrm{A}\cdot(\mathrm{z}-0{,}9) + \mathrm{B}\cdot(\mathrm{z}-1)$$

$$0 = -0{,}9\mathrm{A} - \mathrm{B}$$

$$0{,}1 = \mathrm{A} + \mathrm{B}$$

$$\mathrm{A} = 1, \quad \mathrm{B} = -0{,}9$$

Po dosazení dostaneme vztah pro výpočet k-tého vzorku:

$$y(k) = 1^{(k-1)} + 0{,}9 \cdot 0{,}9^{(k-1)} = \mathbf{1 - 0{,}9 \cdot 0{,}9^{(k-1)}}$$

Vypočítáme hodnoty y(k) y(1)=0,1 y(2)=0,19 y(3)=0,271 ......y(50)=0,994.....

Zpětná transformace Z pomocí vzorce

Zpětnou transformaci Z provedeme aplikací vztahu:

$$y(k) = Z^{-1}\{Y(z)\} = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(z_i)}{Q'(z_i)} \cdot z_i^{k-1}$$

kde

z_i	**kořeny charakteristické rovnice**
$Q'(z_i)$	**derivace charakteristické rovnice**
n	**řád charakteristické rovnice**

v našem případě:

P(z) = 0,1 z

Q(z) = z2 - 0,19 z + 0,9 **Q'(z) = 2z - 1,9**

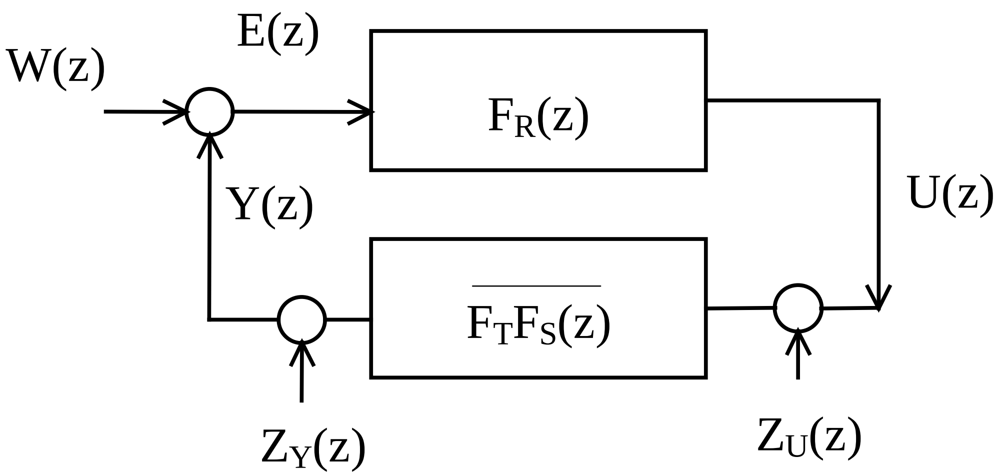
$z_1 = 1$, $z_2 = 0,9$

$$y(k) = \frac{P(z_i = 1)}{Q'(z_i = 1)} \cdot 1^{(k-1)} + \frac{P(z_i = 0,9)}{Q'(z_i = 0,9)} \cdot 0,9^{(k-1)}$$

Po dosazení dostaneme vztah pro výpočet k-tého vzorku:

$$y(k) = \frac{0,1}{0,1} \cdot 1 + \frac{0,09}{-0,1} \cdot 0,9^{(k-1)} = \mathbf{1 - 0,9 \cdot 0,9^{(k-1)}}$$

Přenosy číslicového regulačního obvodu



$Z_U(z)$ porucha vstupující do RO v místě akční veličiny

$Z_Y(z)$ porucha vstupující do RO v místě regulované veličiny

<u>Přenos řízení</u>

$$F_W(z) = \frac{Y(z)}{W(z)}$$

$$F_W(z) = \frac{F_R(z) \cdot \overline{F_T F_S}(z)}{1 + F_R(z) \cdot \overline{F_T F_S}(z)} = \frac{F_R(z) \cdot \overline{F_T F_S}(z)}{1 + F_O(z)}$$

kde

$$F_O(z) = F_R(z) \cdot \overline{F_T F_S}(z)$$

je přenos otevřené smyčky

Přenosy číslicového regulačního obvodu - dokončení

Přenos poruchy Z_Y

Blokové schéma RO

$$F_Y(z) = \frac{Y(z)}{Z_Y(z)}$$

$$F_Y(z) = \frac{1}{1 + F_R(z) \cdot \overline{F_T F_S}(z)} = \frac{1}{1 + F_O(z)}$$

Přenos poruchy Z_U

$$F_U(z) = \frac{Y(z)}{Z_U(z)}$$

$$F_U(z) = \frac{\overline{F_T F_S}(z)}{1 + F_R(z) \cdot \overline{F_T F_S}(z)} = \frac{\overline{F_T F_S}(z)}{1 + F_O(z)}$$

Charakteristická rovnice: $1 + F_O(z) = 0$

Řešení regulačního obvodu pomocí transformace Z

Příklad 5

Určete přenos řízení $F_W(z)$ regulačního obvodu a vypočtěte průběh regulačního pochodu vyvolaného skokovou změnou řídicí veličiny w(k)=5.

Regulační obvod obsahuje vzorkovač s T=5s a tvarovač nultého řádu.

Regulovaná soustava:

Statická 1. řádu: Ks = 5; T_1 = 10s

Regulátor:

Integrační: KR = 0,1; Ti = 22s

Přenosy členů regulačního obvodu

Vyjdeme ze vztahu pro přenos řízení

$$F_W(z) = \frac{F_R(z)\cdot \overline{F_T F_S}(z)}{1+F_R(z)\cdot \overline{F_T F_S}(z)} = \frac{F_O(z)}{1+F_O(z)}$$

Regulovaná soustava

Diferenční rovnice RS $\quad y(k) - 0{,}606\cdot y(k-1) = 1{,}97\cdot u(k-1)$

Přenos RS $\quad \overline{F_T F_S}(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1{,}97.z^{-1}}{1-0{,}606z^{-1}} = \frac{\mathbf{1{,}97}}{\mathbf{z-0{,}606}}$

Regulátor

Diferenční rovnice $\quad u(k) = 0{,}0227\cdot e(k) + u(k-1)$

Přenos regulátoru $\quad F_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0{,}0227}{1-z^{-1}} = \frac{\mathbf{0{,}0227\cdot z}}{\mathbf{z-1}}$

Přenos $F_0(z)$ $\quad F_O(z) = F_R(z)\cdot \overline{F_T F_S}(z) = \frac{0{,}0227\cdot z}{z-1}\cdot\frac{1{,}97}{z-0{,}606} = \frac{0{,}0448\cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}606)}$

Přenos řízení $\quad F_W(z) = \frac{\dfrac{0{,}0448\cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}606)}}{1+\dfrac{0{,}0448\cdot z}{(z-1)\cdot(z-0{,}606)}} = \frac{0{,}0448\cdot z}{(z^2-1{,}561z+0{,}606)}$

Výpočet regulačního pochodu zpětnou transformací

Obraz regulované veličiny Y(z)

$$Y(z) = F_W(z) \cdot W(z) = \frac{0{,}0448 \cdot z}{\left(z^2 - 1{,}561z + 0{,}606\right)} \cdot \frac{5 \cdot z}{z-1} = \frac{0{,}224 \cdot z^2}{\left(z^2 - 1{,}561z + 0{,}606\right) \cdot (z-1)}$$

Rozložením kvadratického polynomu získáme:

$$F_W(z) = \frac{0{,}224 \cdot z^2}{(z - 0{,}722) \cdot (z - 0{,}838) \cdot (z-1)}$$

Rozklad na parciální zlomky

$$Y(z) = \frac{5}{z-1} - \frac{8{,}447}{z - 0{,}838} + \frac{3{,}671}{z - 0{,}722}$$

Pomocí knihovny obrazů získáme výsledný vztah

$$y(k) = 5 \cdot 1^{(k-1)} - 8{,}447 \cdot 0{,}838^{(k-1)} + 3{,}671 \cdot 0{,}722^{(k-1)}$$

$$= \underline{\underline{5 - 8{,}447 \cdot 0{,}838^{(k-1)} + 3{,}671 \cdot 0{,}722^{(k-1)}}}$$

Výpočet souvislé řady hodnot nám usnadní MS-Excel

Stabilita číslicového regulačního obvodu

Stabilita je nutná (nikoli postačující) podmínka správné funkce RO

Regulační obvod se *spojitým regulátorem je stabilní:*

všechny kořeny charakteristické rovnice 1 + Fo(p) = 0

jsou reálné záporné

jsou komplexně sdružené se zápornou reálnou částí

kořeny tedy leží v levé polorovině Gaussovy roviny

Regulační obvod s *číslicovým regulátorem*

mezi kořeny charakteristických rovnic platí vztah

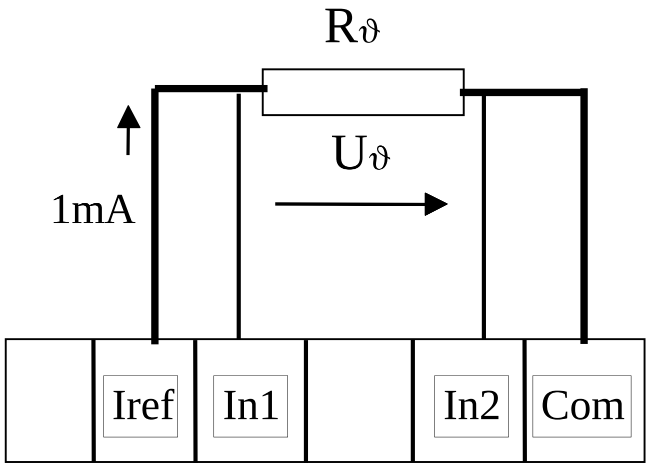
$$z_i = e^{p_i \cdot T}$$

z_i kořeny charakteristické rovnice uzavřeného číslicového RO
p_i kořeny charakteristické rovnice uzavřeného spojitého RO
T perioda vzorkování

Regulační obvod se spojitým regulátorem je tedy stabilní:

všechny kořeny charakteristické rovnice 1 + Fo(z) = 0 leží uvnitř jednotkové kružnice se středem v počátku Gaussovy roviny

Příklad - měření teploty odporovým snímačem



Svorkovnice vstupní jednotky

- Měřící odpor (např. PT 100) připojený ke svorkovnici analogové vstupní jednotky.
- Proudový okruh napájený konstantním proudem
- Odpor se nesmí ohřívat vlastní výkonovou ztrátou

Převod vstupních dat na napětí

$$\mathbf{u}_J = \mathbf{In} \cdot \mathbf{LSB}$$

$$\mathbf{In} = \mathbf{In1} - \mathbf{In2}$$

$$\mathbf{LSB} = \frac{\textbf{vstupní rozsah}}{\mathbf{2^{n-1}}}$$

In ….. vstupní data
LSB…inkrement napětí
n ……počet bitů převodníku

Výpočet teploty

$$U_J = \mathrm{Iref} \cdot R_J$$

$$R_J = R_0 (1 + a \cdot J)$$

α ….teplotní koeficien odporu

$$J = \frac{u_J - \mathrm{Iref} \cdot R_0}{\mathrm{Iref} \cdot a \cdot R_0}$$

zpět